ACTA MATHEMATICA VIETNAMICA

Vol. 10 N⁰ 1 (1985)

ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ОДНОГО КЛАССА РЕЛЯЦИОННЫХ ВЫРАЖЕНИЙ

ДО СУАН ТХО

ВВЕДЕНИЕ

На основе реляционной алгебры (relational algebra) введеной доктором Коддом [1.3] запросы использователей базы данных (БД) могут выражены в виде реляционных выражений. Поэтому в области оптимизации обработки запросов в БД большое внимание уделялось вопросу представления реляционных выражений и создания эквивалентных преобразования реляционных выражений.

В [4], [5] блыо использовано табло (tableau) как двухмерное представление одного класса запросов использователей соответствующего ограниченным реляционным выражениям (restricted relational expressions). Ограниченным реляционным выражением называется выражение, обладающее тремя операциями реляционной алгебры: выбор (Select), проектирование (Project) и соединение (Join) (В[4] его называют выражением SPJ).

Табло (обозначено T) — двухмерная матрица, каждый столбец которой соответствует одному из атрибутов универсального отношения в фиксированном порядке. Первая строка называется сводкой. Символы в табло выбраны из;

1 — характерных переменных (distinguished variables),

2 — нехарактерных переменных (nondistinguished variables),

3 — константы,

4 — бланков.

Каждое ограниченное реляционное выражение может представленно в виде соответственного табло. Любое табло эквивалентными преобразованиями может быть приведено к табло T с минимальным числом строк [5]. Так как число строк в табло больше чем число операции соединения в ограниченных реляционных выражений на единицу, осуществление операции соединения в вычислительной машине требует много времени и объёма памяти. Поэтому этим методом было уделяно большое значение для оптимальной обработки реляционного выражения. Но понятие табло, написанное в [4], [5] имеет некоторые ограничения : с его помощью лишь только представит в виде табло реляционное выражение, обладающее операцией выбора вида $б_{A=c}$ $(г)$

На практике нам приходилось обрабатывать найболее сложные запросы. Рассмотрим следующие примеры (см. [6]).

Пусть в БД хранятся сведения о служащих и их учреждениях. Универсальное отношение R определено на атрибутах $Н$ (номер служащего), $В$ (название учреждения), $З$ (зарплата), $У$ (номер учреждения), $Ф$ (фамилия служащего), $Д$ (должности), $А$ (адрес). т. е.

$R = R\ (Н,\ Ф,\ Д,\ З,\ У,\ В,\ А)$

$R_1 = R_1\ (Н,\ Ф,\ Д,\ З,\ У)$ — схема отношения СЛУЖАЩИЕ.

$R_2 = R_2\ (У,\ В,\ А)$ — схема отношения УЧРЕЖДЕНИЕ.

Первый запрос : получить номер, фамилию, должности тех служащих которые работают в учреждении №19 и имеют зарплату больше 1500. Этот запрос представляется в виде реляционного выражения:

$$П_{Н,Ф,Д}\ (б_{З > 1500\ \wedge\ У=19}(R_1))$$

Второй запрос : получить номер, фамилию, должность тех служащих работающих, в учреждениях №17, 19, 32.

$2^{-ой}$ запрос представляется в виде :

$$П_{Н,Ф,Д}\ (б_{У=17\ \vee\ У=19\ \vee\ У=32}\ (R_1))$$

Видим, что $1^{-ый}$, $2^{-ой}$ запросы не могут представлены в виде табло. Для преодоления этих ограничений введем в рассмотрение новое понятие — обобщенное табло (обозн. $\mathcal{C}$)

Введенное нами понятие $\mathcal{C}$ позволяет развивать результаты опубликованные в [4], [5] для ограниченного реляционного выражения, обладающего операцией выбора таких видов :

а/ $б_{A\ \theta\ c}\ (г)$ б/ $б_{A\ \in\{a_1,\ a_2,\ \dots,\ a_k\}}$

где A — атрибут, c — константа, $\theta \in \{=, \neq, <, \leqslant, >, \geqslant\}$, $a_i \in \mathrm{dom}\ (A)$

Будем обозначать в общем виде $б_{A \in \mathcal{C}}$ для случаев а/ и б/

$\mathcal{C}$ — множество значений и $\mathcal{C} \subseteq \mathrm{dom}\ (A)$.

Работа состоится из 4 основных разделов. В первом разделе повторены основные понятия реляционной модели. Во втором разделе введены понятия обобщённого табло $\mathcal{C}$ и правила повторения табло $\mathcal{C}$ соответствующего ограниченному реляционному выражению E с операцией выбора $б_{A \in \mathcal{C}}$. В третьем разделе будут описаны понятия эквивалентности и эквивалентные преобразования двух обобщённых табло. В четвёртом разделе будем показывать связь между табло T и обощённым табло $\mathcal{C}$.

I. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ РЕЛЯЦИОННОЙ МОДЕЛИ

В реляционном БД объекты описываются при помощью характеризующих их признаков которые называются атрибутами. Каждый атрибут имеет имя и множество значении. Множество значений атрибута A называется его доменом и обозначается dom (A).

$R = \{A_1, A_2, \dots A_n\}$ — множество имён атрибутов отношения r. R называют также схемой отношения r. Под понятием отношения понимают любое подмножество декартова произведения доменов. т.е

$$r(A_1, \dots A_n) \subseteq \mathrm{dom}\,(A_1) \times \dots \times \mathrm{dom}\,(A_n)$$

Элемент отношения $(a_1, \dots, a_n)$, $a_i \in \mathrm{dom}\,(A_i)$ является кортежем. Значение атрибута A в кортежи μ обозначено $\mu\,[A]$.

Будем обозначать операцию выбора через $б_{A \in \mathcal{C}}$, A-атрибун схемы отношения r, $\mathcal{C} \subset \mathrm{dom}\,(A)$, тогда

$$б_{A \in \mathcal{C}} = \{\mu \in r \mid \mu\,[A] \in \mathcal{C}\}.$$

Пусть $X \subseteq R$, $\Pi_X(r)$ операция проектирования отношения r на X определяются соотношением: $\Pi_X(r) = \{\mu[X] \mid \mu \in r\}$

Если R_1, R_2 — схемы отношений r_1 и r_2 соотвественно, тогда операция естественного соединения отношения обозначается через $r_1 * r_2$

$$r_1 * r_2 = \{\mu \mid (\mu \text{ — кортеж отношения с схемой } R_1 \cup R_2)$$
$$\wedge (\exists\ \nu_1 \in r_1 \wedge \exists\ \nu_2 \in r_2;\ \nu_1[R_1] = \mu\,[R_1] \wedge \nu_2\,[R_2] = \mu[R_2])\}$$

В случае отношения r_1 и r_2 имеют общую схему, введем следующие операции:

$r_1 \cup r_2 = \{\mu \mid \mu \in r_1 \vee \mu \in r_2\}$ — операция объединения

$r_1 \cap r_2 = \{\mu \mid \mu \in r_1 \wedge \mu \in r_2\}$ — операция пересечения.

Замечание: Если r_1 и r_2 имеют общую схему то $r_1 * r_2 = r_1 \cap r_2$ поэтому считаем, что операция пересечения-частичным случаем операции естественного соединения,

Операция вычитания отношения r_1 и r_2 (обоз. $r_1 - r_2$) определяется

$$r_1 - r_2 = \{\mu \mid \mu \in r_1 \wedge \mu \overline{\in} r_2\}$$

под понятием реляционного выражения понимают выражением, обладающее операндами-реляционными схемами, операторами-операциами реляционной алгебры. В [3] кодд определил, что множество операции реляционной алгебры обладает полнотой.

Нам извесно, что реляционное выражение может описывать много доволно сложных и разнообразных запросов пользователей, в которых операции выбора, проектирования и соединения имеют охватывающее значение. Поэтому в этой работе мы будем рассматривать ограниченное реляционное выражение, в катором имеются только операции выбора, проектирования и соединения.

В [4], [5] были введены понятия о усиленной эквивалентности (strong equivalence) и слабой эквивалентности (weak equivalence) двух реляционных выражений. Напомним их определения.

Пусть E реляционное выражение с операндами-схемами отношений $R_1, R_2, \ldots, R_n$. Присвоиванием α называется замена каждой схемы R_i $(i = \overline{1, n})$ в E её соответствующим содержанием r_i, т. е

$$\alpha: R_i \to r_i, \ (i = \overline{1, n})$$

Пусть $V_\alpha(E)$ — значение реляционного выражения E соответвующее присвоивания α. А $V(E)$ — отображение присвоивания α для оперантов в выражении E на значение выражения $V_\alpha(E)$, т. е

$$V(E): \alpha \to V_\alpha(E)$$

Тогда два реляционных выражения E_1 и E_2 считаются усиленно эквивалентными если $V_\alpha(E_1) = V_\alpha(E_2)$, $\forall \alpha$ или $V(E_1) = V(E_2)$.

Понятие о слабой эквивалентности основано на предложении существования универсального отношения на множестве атрибутов $\bigcup\limits_{i=1}^{n} R_i$ и для определенного состояния универсального отношения каждой схеме R_i присвоиванием соотвественным значением; $r_i = \Pi_{R_i}(I)$.

Пусть $V_I(E)$ — значение реляционого выражения E при состоянии I, тогда $V_I(E)$ определяется индуктивно по числу реляционной операции в выражений E следующим образом:

I. Если в E имеется только схема отношения R_i, то:

$$V_I(E) = \Pi_{R_i}(I)$$

2а — Если $E = б_{Ai \in \mathcal{C}}(E_1)$, то $V_I(E) = б_{A i \in \mathcal{C}}(V_I(E_1))$

2б — Если $E = \Pi_X(E_1)$, то $V_I(E) = \Pi_X(V_I(E))$

2в — Если $E = E_1 * E_2$, то $V_I(E) = V_I(E_1) * (V_I(E_2)$

2г — Если $E = E_1 \cup E_2$, то $V_I(E) = V_I(E_1) \cup V_I(E_2)$

2д — Если $E = E_1 - E_2$, то $V_I(E) = V_I(E_1) - V_I(E_2)$

E рассматривается как отображение из состояний универсального отношения в отношение $V_I(E)$.

Если при любом состоянии I: $V_I(E_1) = V_I(E_2)$ то говорят, что E_1 слабо эквивалентно (или эквивалентно) E_2. Обозначает $E_1 = E_2$.

Далее исследуется случай слабой эквивалентности. Но полученные результаты могут обобщать на случай усиленной эквивалентности.

2. ПОНЯТИЕ ОБОБЩЁННОГО ТАБЛО

Обобщённым табло (обоз. $\mathcal{C}$) называется двухмерная матрица, каждый столбец которой соответствует одному из атрубутов универсаль ного отношения в фиксирован ном порядке. Первая строка называется сводкой.

Символы матрицы могут быть:

1. характерные переменные (обозн. a_i).

2. нехарактерные переменные (обозн. b_i),

3. символы множеств значений $\mathcal{C}$, принадлежащих доменам атрибутов универсального отношения (обоз. $\widetilde{\mathcal{C}}$),

4. бланки.

Замечание: В случае, когда каждое множество значений $\mathcal{C}$ имеет только один элемент, то получается табло T. Поэтому можно рассматривать T как частный случай обобщённого табло $\mathcal{T}$.

Пусть $\mathcal{T}$ обобщённое табло, $\mathcal{S}$ множество символов появляющихся в $\mathcal{T}$. Под понятием оценки (**evaluation**) ρ для $\mathcal{T}$ понимают присвоивание соответственного значения каждому символу из $\mathcal{S}$ и это присвоивание удовлетворяет следующим условиям:

а/ Если $\widetilde{\mathcal{C}} \in \mathcal{S}$ — символ множества значений, то $\widetilde{\mathcal{C}}$ присвоивается одно значение $c \in \mathcal{C}$. Будем обозначать $\rho(\widetilde{\mathcal{C}}) = c$.

Если $\mathcal{C} = \phi$ то $\rho(\widetilde{\mathcal{C}}) = \phi$ и табло $\mathcal{T}$ обладающее пустым множеством — пустое. Пустое табло (обоз. ϕ) отображает из любого состояния универсального отношения I в пустое отношение.

б/ Если $W = v_1\ v_2 \dots v_m$ — одна строка табло $\mathcal{T}$, то $\rho(W) = \rho(v_1) \dots \rho(v_m)$ множество символов отличающихся от бланк сводки $\mathcal{T}$ называется целевой схемой отношения (**target relation scheme**).

Значение табло $\mathcal{T}$ соответствующее одному состоянию I универсального отношения (обоз. $\mathcal{T}(I)$) определяется следующим образом:

$\mathcal{T}(I) = \{\rho(W_0) /$ для некоторой оценки ρ имеют $\rho(W_i) \in I,\ i = \overline{1,m}\}$, где W_0 — сводка, W_i — строки табло $\mathcal{T}$.

ПРАВИЛА ПОСТРОЕНИЯ ОБОБЩЁННОГО ТАБЛО

Пусть E ограниченное реляционное выражение. Тогда обобщённое табло $\mathcal{T}$ для E строится индуктивно по числу операции в E следующим образом:

I. Если в E нет никакой операции, то E — схема отношения R. Тогда табло $\mathcal{T}$ состоит из сводки и одной строки.

а/ Если A_i — атрибут схемы R, то в столбце A_i на сводке и на строке имеется одинаковая характерная переменная a_i.

б/ Если A_i не является атрибутом схемы R, то в столбце на сводке бланк и на строке ставить новую нехарактерную переменную.

2. Пусть $E = б_{Ai \in \mathcal{C}}(E_1)$. $\mathcal{T}_1$ обобщённое табло, построенное для E_1 Тогда $\mathcal{T} = б_{Ai \in \mathcal{C}}(\mathcal{T}_1)$ получается из $\mathcal{T}_1$ следующим образом:

а/ Если в столбце A_i сводки $\mathcal{T}_1$ имеется бланк то выражение E не имеет никакой смысли и табло $\mathcal{T}$ для E не определено.

б/ Если в столбце Ai сводки $\mathcal{T}_1$ имеется символ множества значения $\widetilde{\mathcal{C}}_1$ тогда:

(i) Если $\mathcal{C}_1 \cap \mathcal{C}_2 = \phi$, то $\forall$ I: $V_I(E) = б_{Ai \in \mathcal{C}}(V_I(E)) = \phi$ отсюда $\mathcal{T} = \phi$.

(ii) Если $\mathcal{C}_1 \cap \mathcal{C}_2 \neq \phi$ то табло $\mathcal{T}$ получается из $\mathcal{T}_1$ заменой $\widetilde{\mathcal{C}}_1$ на $\widetilde{\mathcal{C}}_2$ $(\mathcal{C}_2 = \mathcal{C} \cap \mathcal{C}_1)$ в местах где $\widetilde{\mathcal{C}}_1$ появляется в столбце A_i.

(iii) Если $\mathcal{T}_1$ имеет характерную переменную a_i в столбце A_i сводки, то $\mathcal{T}$ получается из $\mathcal{T}_1$ заменой a_i на $\widetilde{\mathcal{C}}$ в местах, где a_i побвляется в столбце A_i.

3. Пусть имеется $E = \Pi_X(E_1)$ и $\mathcal{T}_1$ — обобщенное табло для E_1. Табло $\mathcal{T} = \Pi_X(\mathcal{T}_1)$ получается из $\mathcal{T}_1$ следующим образом: в столбцах, соответствующих атрибутам не входящихся в X все символы сводки заменяются бланками, а характерные переменные на строках заменяются новыми нехарактерными переменными.

4. Пусть $E = E_1 * E_2$ и $\mathcal{T}_1$, $\mathcal{T}_2$ два обобщенных табло для E_1, E_2 соответствено. Тогда $\mathcal{T} = \mathcal{T}_1 * \mathcal{T}_2$ для E строится следующим образом:

а/ Если в столбце A_i сводки табло $\mathcal{T}_1$ имеет символ множества $\widetilde{\mathcal{C}}_1$, а табло $\mathcal{T}_2$ имеет $\widetilde{\mathcal{C}}_2$ и $\mathcal{C}_1 \cap \mathcal{C}_2 = \phi$. Тогда $\forall I$, $V_I(E) = \phi$, отсюда $\mathcal{T} = \phi$.

б/ Пусть S_1 и S_2 множества символов двух табло $\mathcal{T}_1$ и $\mathcal{T}_2$ соответственно. Ненарушая общности мы предполагаем что $\mathcal{T}_1$ и $\mathcal{T}_2$ имеют одинаковые характерные переменные в столбцах соответствующих одним атрибутам, $\mathcal{T}_1$ и $\mathcal{T}_2$ имеют непересекающие множества нехарактерных переменных. Тогда табло $\mathcal{T}$ включает в себе все строки табло $\mathcal{T}_1$ и $\mathcal{T}_2$ с символами определяющими по следующим правилам:

(i) Если в столбце A_i сводки обе $\mathcal{T}_1$ $\mathcal{T}_2$ или одно из них имеется символ множества значении $\mathcal{C}$ то в столбце A_i сводки табло $\mathcal{T}$ ставит символ $\mathcal{C}$. Все характерные переменные в столбце A_i табло $\mathcal{T}$ заменяются символом $\widetilde{\mathcal{C}}$.

(ii) Если в столбце A_i сводки $\mathcal{T}_1$ имеет символ множества значений $\widetilde{\mathcal{C}}_1$, $\mathcal{T}_2$ имеет симвоп множества $\mathcal{C}_2$; $\mathcal{C}_1 \cap \mathcal{C}_2 \neq \phi$. Тогда в соответственном столбце A_i табло $\mathcal{T}$ на сводке поставить символ множества $\widetilde{\mathcal{C}}$, $\mathcal{C} = \mathcal{C}_1 \cap \mathcal{C}_2$, и во всех местах где появляются $\widetilde{\mathcal{C}}_1$, $\widetilde{\mathcal{C}}_i$ заменяют символом $\widetilde{\mathcal{C}}$.

(iii) Если в столбце A_i обе $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$ или одно из них имеет характерную переменную a_i и два предыдущих правила не используется то на сводке $\mathcal{C}$ поставит характерную переменную a_i

(iiii) Для остальных случаев на сводке поставит бланки.

Пример :

I^й^ запрос (см. введение) представить в виде реляционного выражение
$E = \Pi_{Н\ Ф,\ Д}\ (б_z \in \mathcal{C}_1 \wedge y \in \mathcal{C}_2\ (R_1))$

Где $\mathcal{C}_1 = \{ C/C \rangle 1500 \wedge c \subseteq \mathrm{dom}\ (z)\}$, $\mathcal{C}_2 = \{19\}$.
Тогда по правилам построения $\mathcal{C}$ для E имеем:

$$\mathcal{C} = \begin{array}{|ccccccc|} \text{Н} & \text{Ф} & \text{Д} & \text{З} & \text{Y} & \text{В} & \text{А} \\ \hline a_1 & a_2 & a_3 & & & & \\ \hline a_1 & a_2 & a_3 & \widetilde{\mathcal{C}}_1 & \widetilde{\mathcal{C}}_2 & b_1 & b_2 \\ \hline \end{array}$$

ЛЕММА I: *Пусть $\mathcal{C}_1$ $\mathcal{C}_2$ два обощённых табло. Для любого состояния универсального отношения I имеют место следущих равенств*

1. $б_{Ai} \in \mathcal{C}\ (\mathcal{C}\ (I)) = (б_{A_i} \in \mathcal{C}\ (\mathcal{C}))\ (I)$
2. $\Pi_X\ (\mathcal{C}\ (I)) = (\Pi_X (\mathcal{C}))\ (I)$
3. $\mathcal{C}\ (I) * \mathcal{C}_1\ (I) = (\mathcal{C} * \mathcal{C}_1)\ (I)$

Доказательство:

I — Доказательство 1^ого^ равенства производится по двум шагам :

а/ $б_{Ai} \in \mathcal{C}\ (\mathcal{C}\ (I)) \subseteq (б_{Ai} \in \mathcal{C}\ (\mathcal{C}))(I)$

Пусть $б_{Ai \in \mathcal{C}}\ (\mathcal{C}\ (I)) \neq \varnothing$ В этом случае над доказать, что $\forall\ \mu \neq \phi$

если $\mu \in б_{Ai \in \mathcal{C}}\ (\mathcal{C}\ (I))$, то $\mu \in (б_{Ai \in \mathcal{C}}\ (\mathcal{C}))\ (I)$.

Обозначаем $\underline{\mathcal{S}}$ множество символов табло $\mathcal{C}$ и $\mu = (\mu_1, \dots \mu_i \dots \mu_n)$
Тогда существует оценка ρ для $\mathcal{C}$:

$\rho(w_0) = \rho\ (v_1) \dots \rho\ (v_i) \dots \rho(v_n) = \mu_1 \dots (\mu_i \dots \mu_n)$,

$\rho(w_i) \in I,\ j = 1\ m$,

$w_0 = v_1 \dots v_i \dots v_n)$ — сводка, w_j строки табло $\mathcal{C}$.

По определению табло символы, появляющиеся на сводке могут быть характерными перемеными символами множества значений или бланкаи. Так как $б_{Ai \in \mathcal{C}}(\mathcal{T}I) \neq \phi$ поэтому v_i не может быть бланком. рассмотрим два случая: (i) — v_i характерная переменная a_i. Тогда:

$$\rho(v_i) = \mu[A_i] = \mu_i \in \mathcal{C}$$

(ii) — v_i — символ множества значении $\widetilde{\mathcal{C}}_1$. Тогда

$$\rho(v_i) = \rho(\widetilde{\mathcal{C}}_1) = \mu[A_i] = \mu_i \in \mathcal{C} \sqcap \mathcal{C}_1$$

Пусть $\mathcal{S}'$ — Множество символов табло $\mathcal{T}' = б_{Ai \in \mathcal{C}}(\mathcal{T})$,

$$w^{*}_o = (u_1 \ldots u_i \ldots u_n) \text{ — сводка табло } \mathcal{T}'$$

По правилам построения $\mathcal{T}'$ из $\mathcal{T}$ очевидно что $\mathcal{S}'$ отличается от $\mathcal{S}$ только одним символом v_i и u_i. Будем выбирать оценку ρ' для $\mathcal{T}'$ следующим образом:

$$\forall d \in \mathcal{S}' \text{ и } d \notin \mathcal{S} \text{ (т.е } d \neq u_i') \text{ тогда } \rho'(d) = \rho(d)$$

$$\rho'(\widetilde{\mathcal{C}}) = \rho(a_i) = \mu[A_i] = \mu_i \in \mathcal{C}, \text{ если } v_i \text{ харак. переменная } a_i$$

$\rho'(\widetilde{\mathcal{C}}_i) = \rho(\widetilde{\mathcal{C}}_1) = \mu[A_i] = \mu_i \in \mathcal{C}_2$ если v_i символ множества $\widetilde{\mathcal{C}}_1$, где $\mathcal{C}_2 = \mathcal{C} \cap \mathcal{C}_1$

По способу построения ρ' и ρ имеем:

$\rho'(w'_o) = \rho(w_o) = \mu$; $\rho'(w'_j) = \rho(w_j) \in I, j = \overline{1,m}$

следует $\qquad \mu \in (б_{Ai \in \mathcal{C}}(\mathcal{T}))(I)$

В случае $\quad б_{Ai \in \mathcal{C}}(\mathcal{T}(I)) = \phi$ видно что

$$б_{Ai \in \mathcal{C}}(\mathcal{T}(I) \subseteq (б_{Ai \in \mathcal{C}}(\mathcal{T}))(I)$$

б. Аналогично можем доказать что

$$б_{Ai \in \mathcal{C}}(\mathcal{T}(I)) \cap (б_{Ai \in \mathcal{C}}(\mathcal{T}))(I)$$

Таким образом равенство I⁰/ доказано.

2/ По определению обобщённого табло и правила построения $\Pi_\chi(\mathcal{T})$ из $\mathcal{T}$ легко доказать, что $\Pi_\chi(\mathcal{T}(I)) = (\Pi_\chi(\mathcal{T}))(I)$, $\forall I$.

3/ Для доказательства 3ого равенства, сначала мы покажем, что

а/ $\mathcal{T}(I) * \mathcal{T}_1(I) \subseteq (\mathcal{T} * \mathcal{T}_1)(I)$, $\forall I$

Пусть $\mathcal{T}(I) * \mathcal{T}_1(I) \neq \phi$. Надо доказать что

$$\forall v \neq \phi, v \in \mathcal{T}(I) * \mathcal{T}_1(I) \rightarrow v \in (\mathcal{T} * \mathcal{T}_1)(I)$$

По предложению $v = \mu * \mu_1$, где $\mu \in \mathcal{C}(I)$, $\mu_1 \in \mathcal{C}_1(I)$ это обозначает, что $\exists$ оценки ρ для $\mathcal{C}$ и ρ_1 для $\mathcal{C}_1$ такие что :

$$\rho(w_0) = \mu,\ \rho\ (wj) \in I,\ j = \overline{1,m}$$

w_0-сводка, wj -строки табло $\mathcal{C}$.

$$\rho_1(w_0{}^1) = \mu_1,\ \rho_1(w_j^1) \in I,\ j = \overline{1,m_1}$$

$w_0{}^1$ -сводка, w_j^1 -строки табло $\mathcal{C}_1$.

Пусть $\mathcal{S}$, $\mathcal{S}_1$ множества символов двух табло $\mathcal{C}$, $\mathcal{C}_1$ соответственно. $\mathcal{S}'$ множество символов $\mathcal{C}' = \mathcal{C} * \mathcal{C}_1$. Выбираем оцеку ρ' для $\mathcal{C}'$ следующим образом :

если $d \in \mathcal{S}'$, $d \in \mathcal{S}$, $d \bar{\in} \mathcal{S}_1$ то $\rho'(d) = \rho(d)$

если $d \in \mathcal{S}'$, $d \bar{\in} \mathcal{S}$, $d \in \mathcal{S}_1$ то $\rho'(d) = \rho_1(d)$

если $d \in \mathcal{S}'$, $d \in \mathcal{S}$, $d \in \mathcal{S}_1$ то

$\rho'(d) = \rho(d) = \rho_1(d) = \mu[Ai] = \mu_1[Ai]$

(это имеет место когда d является характерной переменной или символом множества $\tilde{\mathcal{C}}$ в $\mathcal{S}$ и $\mathcal{S}_1$).

Если $d \in \mathcal{S}'$, $d \bar{\in} \mathcal{S}$, $d \bar{\in} \mathcal{S}_1$, то по правилу построения $\mathcal{C} * \mathcal{C}_1$, d может быть только символом множества значений в каком нибудь столбце Ai сводки табло $\mathcal{C} * \mathcal{C}_1$. В соответственном столбце сводки табло $\mathcal{C}$ имеет символ множества $\widetilde{\mathcal{C}}$, а табло $\mathcal{C}_1 \to \widetilde{\mathcal{C}}_1$ $\mathcal{C} \cap \mathcal{C}_1 \neq \mathcal{C}$, $\mathcal{C} \cap \mathcal{C}_1 \neq \mathcal{C}_1$

Мы имеем : $\rho'(d) = \rho'(\widetilde{\mathcal{C}}_2) = \rho(\widetilde{\mathcal{C}}) = \rho_1(\widetilde{\mathcal{C}}_1) = \mu\ [Aj] = \mu_1[Aj]$, $\mathcal{C}_2 = \mathcal{C} \cap \mathcal{C}_1$

На основе выбирания ρ' для $\mathcal{C} * \mathcal{C}_1$ имеем :

$$\rho'(w'_0) = v,\ \rho'(wj') \in I,\ j = 1,m + m1.$$

w'_0 -сводка, wj' -строки табло $\mathcal{C} * \mathcal{C}_1$

Отсюда следует, что $v \in)\mathcal{C} * \mathcal{C}_1)(I)$

Пусть $\mathcal{C}(I)\mathcal{C}_1 * (I) = \phi$ видно, что $\mathcal{C}(I) * \mathcal{C}(I) * \mathcal{C}_1(I) \subseteq (\mathcal{C} * \mathcal{C})\ (I)$

Так и требовалось доказать.

δ. Аналогично можно доказать :

$$\mathcal{C}(I) * \mathcal{C}_1(I) \supseteq (\mathcal{C} * \mathcal{C}_1)(I)$$

Таким образом равенство 3/ доказано.

ТЕОРЕМА 2.

Пусть E органиченное реляционное выражение. Тогда можно создать соответствующее обобщённое табло $\mathcal{C}$ для E : $V_I(E) = \mathcal{C}(I)$, $\forall I$.

Доказательство

Доказательство теоремы проводится индуктивно по числу операции в E

1. Пусть E—схема отношения R. Тогда из определения $\mathcal{C}(I)$ и $V_I(E)$ непосредственно следует $V_I(E) = \mathcal{C}(I)$.

2. Пусть второе правило было использовано $E = б_{A_i \in \mathcal{C}}(E_1)$ и $\mathcal{C}_1$ обобщённое табло для E_1. Индуктивным образом имеем : $V_I(E_1) = \mathcal{C}_1(I)$. Обозначаем $\mathcal{C} = б_{A_i \in \mathcal{C}}(\mathcal{C}_1)$ – обобщённое табло для E построенное с использованием правила 2/. Тогда на основе определения отображения V_I (правило 2а) и леммы имеем

$$\begin{aligned} V_I(E) &= V_I(б_{A_i \in \mathcal{C}}(E_1)) = б_{A_i \in \mathcal{C}}(V_I(E_1)) \\ &= б_{A_i \in \mathcal{C}}(\mathcal{C}_1(I)) = (б_{A_i \in \mathcal{C}}(\mathcal{C}_1))(I) \\ &= \mathcal{C}(I) \end{aligned}$$

3. Пусть третье правило было использовано $E = \Pi_X(E_1)$. Тогда по индукции имеем $V_I(E_1) = \mathcal{C}_1(I)$ для любого I. Обозначаем $\mathcal{C} = \Pi_X(\mathcal{C}_1)$ табло построенное для E использованием 3-его правила. Тогда на основе определения V_I (правило 2б) и леммы 1 имеем :

$$\begin{aligned} V_I(E) &= V_I(\Pi_X(E_1)) = \Pi_X(V_I(E_1)) \\ &= \Pi_X(\mathcal{C}_1(I)) = (\Pi_X(\mathcal{C}_1))(I) \\ &= \mathcal{C}(I) \end{aligned}$$

4. Пусть $E = E * E_2$, $\mathcal{C}_1$ и $\mathcal{C}_2$ два обобщённых табло для E_1, E_2 соответственно. По предположению индукции

$$V_I(E_1) = \mathcal{C}_1(I), \quad V_I(E_2) = \mathcal{C}_2(I)$$

Обозначаем $\mathcal{C} = \mathcal{C}_1 * \mathcal{C}_2$ табло построенное использованием 4-ого правила. Тогда :

$$\begin{aligned} V_I(E) &= V_I(E_1 * E_2) \\ &= V_I(E_1) * V_I(E_2) = \mathcal{C}_1(I) * \mathcal{C}_2(I) \\ &= (\mathcal{C}_1 * \mathcal{C}_2)(I) \\ &= \mathcal{C}(I). \end{aligned}$$

Таким образом для любого ограниченного реляционного выражения E могут построить его соответствующее табло $\mathcal{C}$. Поэтому $\mathcal{C}$ используется как способ представления реляционных выражений. В третьем разделе будем исследовать эквивалентности обобщённых табло.

3 — ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ОБОБЩЁННЫХ ТАБЛО

Табло $\mathcal{C}_1$ и $\mathcal{C}_2$ называются эквивалентными (обозн. $\mathcal{C}_1 \equiv \mathcal{C}_2$) если при любом состоянии универсального отношения I : $\mathcal{C}_1(I) = \mathcal{C}_2(I)$.

Табло $\mathcal{C}_1$ называется включенным в $\mathcal{C}_2$ (обозн. $\mathcal{C}_1 \subseteq \mathcal{C}_2$) если $\forall I$:

$$\mathcal{C}_1(I) \subseteq \mathcal{C}_2(I)$$

Замечание: Необходимым условием для $\mathscr{C}_1 \equiv \mathscr{C}_2$ или $\mathscr{C}_1 \subseteq \mathscr{C}_2$ является то, что $\mathscr{C}_1$ и $\mathscr{C}_2$ имеют общую целевую схему отношения.

Пусть $\mathscr{C}_1$ и $\mathscr{C}_2$ два обобщённых табло имеющих множества символов $\mathscr{S}_1$ и $\mathscr{S}_2$ соответственно. Отображение $\psi: \mathscr{S}_1 \to \mathscr{S}_2$ называется гомоморфизмом, если выполнены следующие условия:

1 — Если $\widetilde{\mathscr{C}} \in \mathscr{S}$, $\widetilde{\mathscr{C}}$ — символ множесгтва значений, то

$$\psi(\widetilde{\mathscr{C}}) = \widetilde{\mathscr{C}_1} \text{ — символ множества значений и } \mathscr{C}_1 \subseteq \mathscr{C}$$

2 — Если $a_i \in \mathscr{S}$ характерная переменная то $\psi(a_i)$ появляющиеся на сводке в соответственном столбце табло $\mathscr{C}_2$ является или характерной переменной или символом множества значений $\widetilde{\mathscr{C}}_K$.

3 — Если W_j какая то строка табло $\mathscr{C}_1$ то $\psi(W_j)$ является также строкой $\mathscr{C}_2$ Аналогично имеется следующая.

ТЕОРЕМА 3:

Пусть $\mathscr{C}_1$ и $\mathscr{C}_2$ два обобщённых табло с общей целевой схемой отношения имеющих множества символов $\mathscr{S}_1$ и $\mathscr{S}_2$ соответственно. Необходимым и достаточным условиями для $\mathscr{C}_2 \subseteq \mathscr{C}_2$ является существование гомоморфизма.

$$\psi: \mathscr{S}_1 \to \mathscr{S}_2$$

Доказательство:

Необходимость: Если $\mathscr{C}_2 \subseteq \mathscr{C}_1$, то существует гомоморфизм. Пусть ρ_2 оценка табло $\mathscr{C}_2$, которая взаимнооднозначно отображает $\mathscr{S}_2$ в множество значений C. Выберём I — состояние универсального отношения состоящегося из таких кортежей:

$$\rho_2(W_j^2),\ j = \overline{1, m_2},\ W_j^2 \text{ строки табло } \mathscr{C}_2.$$

С таким выбором I и ρ_2 — оценка для $\mathscr{C}_2$ имеем:

$$\rho_2(W_0^2) = \mu \in \mathscr{C}_2(I),\ W_0^2 \text{ — сводка } \mathscr{C}_2.$$

Так как $\mathscr{C}_2 \subseteq \mathscr{C}_1$ то $\mu \in \mathscr{C}_1(I)$, следовательно существуется оценка ρ_1 для $\mathscr{C}_1$ такая, что:

$$\rho_1(W_0^1) = \mu,\ \rho_1(W_j^1) \in I,\ j = \overline{1, m_1}$$

где W_0^1 — сводка, W_j^1 — строка $\mathscr{C}_1$

Построим отображение $\psi: \mathscr{S}_1 \to \mathscr{S}_2$, $\psi = \rho_2^{-1}\rho_1$. Докажем что ψ гомоморфизм. т. е. ψ нужно удовлетворять условиям 1 — 3.

Пусть $$W_0^1 = \mathscr{V}_1 \ldots \mathscr{V}_i \ldots \mathscr{V}_n$$

$$W_0^2 = \mathscr{U}_1 \ldots \mathscr{U}_i \ldots \mathscr{U}_n$$

Исходя из того, что $\mathcal{C}_1$ и $\mathcal{C}_2$ имеют общую целевую схему отношения и $\rho_1(W_0^1) = \rho_2(W_0^2) = \mu$, поэтому $\psi: \mathcal{V}_i \to \mathcal{U}_i$ где $\mathcal{V}_i$, $\mathcal{U}_i$ являются либо характерными переменными либо символами множества значений. Таким образом ψ удовлетворяет 2-ому условию гомоморфизма.

Если $\mathcal{V}_i$ символ множества значений $\tilde{\mathcal{C}}_1$ то $\psi(\mathcal{V}_i)$ не может быть характерной переменной. Действительно в противном случае $\psi(\tilde{\mathcal{C}}_1) = a_i$ и c значение присвоенное характерной переменной, $c \in \mathrm{dom}(A_i)$, $c \notin \mathcal{C}_1$.

Строим I' из I заменой $\rho_2\ (a_i)$ в столбце i значением c и выберём оценку ρ_2': $\rho_2'\ (d) = \rho_2\ (d)$, для $d \in \mathcal{S}_2$ и $d \neq a_i$; $\rho_2'\ (a_i) = c$.

Тогда $\mu' = \rho_2'\ (w_2^0) \in \mathcal{C}_2\ (I)$, но $\mu' \bar{\in} \mathcal{C}_1'\ (I)$. Это противоречит предположению $\mathcal{C}_2 \not\subseteq \mathcal{C}_1$.

И так $\Psi\ (\tilde{\mathcal{C}}_1)$ является символом множества значений $\tilde{\mathcal{C}}_2$. Более этого $\mathcal{C}_2 \subseteq \mathcal{C}_1$. Действительно в обратном случае $\exists\ c \in \mathcal{C}_2 - \mathcal{C}_1 \neq \phi$ и аналогичным рассуждением предыдущему пришли к противоречию $\mathcal{C}_2 \not\subseteq \mathcal{C}_1$.

Таким образом Ψ удовлетворяет I-ому условию гомоморфизма.

3-ье условие следует из того, что $\rho_2^{-1}\ (\rho_1\ (w_j^1))$ строка $\mathcal{C}_2$ так как w_j^1 строка $\mathcal{C}_1$, а ρ_2 взаимно однозначное отображение из $\mathcal{S}_2$ в I.

Достаточность : Пусть существует гомоморфизм $\Psi: \mathcal{S}_1 \to \mathcal{S}_2$, I – любое состояние универсального отношения, $\mu \in \mathcal{C}_2\ (I)$. Тогда $\exists$ оценка ρ_2 для $\mathcal{C}_2$: ρ_2 отображает множество $\mathcal{S}_2$ табло $\mathcal{C}_2$ в множество значений C т. е.

$$\rho_2: \mathcal{S}_2 \to C$$

$$\rho_2\ (w_0^2) = \mu\ ;\ \rho_2\ (w_j^2) \in I,\ j = \overline{1, m\ 2}$$

w_0^2 – сводка, w_j^2 – строки $\mathcal{C}_2$.

Для иллюстрации $\mu \in \mathcal{C}_1\ (I)$ выберём оценку ρ_1 для $\mathcal{C}_1$ таким образом: $\rho_1 = \rho_2\ (\Psi)$

$$\forall\ d \in \mathcal{S}_1 \to \rho_1\ (d) = \rho_2\ (\Psi\ (d))$$

По определению гомоморфизма, если

$\tilde{\mathcal{C}}_1 \in \mathcal{S}_1$ – символ множества значений то

$$\rho_1\ (\tilde{\mathcal{C}}_1) = \rho_2\ (\Psi\ (\tilde{\mathcal{C}}_1)) = \rho_2\ (\tilde{\mathcal{C}}_2) = c \in \mathcal{C}_2$$

С другой стороны $\tilde{\mathcal{C}}_2 = \Psi\ (\tilde{\mathcal{C}}_1)$, $\mathcal{C}_2 \subseteq \mathcal{C}_1 \to c \in \mathcal{C}_1$

Из условий гомоморфизма следует

$$\rho_1 (w_0^1) = \rho_2 (\Psi (w_0^1)) = \rho_2 (w_0^2) = \mu$$

w_0^1, w_0^2 – сводки $\mathcal{C}_1$ и $\mathcal{C}_2$ соответственно.

$$\rho_1 (w_j^1) = \rho_2 (\Psi (w_j^1)) = \rho_2 (w_k^2) \in I$$

w_j^1, w_k^2 – строки $\mathcal{C}_1$ и $\mathcal{C}_2$ соответственно.

Таким образом $\mu \in \mathcal{C}_1 (I)$ и $\mathcal{C}_2 \subseteq \mathcal{C}_1$. Теорема доказана.

Пусть $\mathcal{C}_1$ и $\mathcal{C}_2$ обобщённое табло, θ отображает строки табло $\mathcal{C}_1$ в строки $\mathcal{C}_2$. θ называется включенным отображением если оно удовлетворяет следующим условиям: а/ Если в столбце A_K на строке i табло $\mathcal{C}_1$ имеется характерная переменная, то в столбце A_K на строке θ (i) табло $\mathcal{C}_2$ тоже имеется характерная переменная.

б/ Если в столбце A_K на строке i табло $\mathcal{C}_1$ имеется символ множества значений $\tilde{\mathcal{C}}$ то в столбце A_K на строке θ (i) табло $\mathcal{C}_2$ имеется символ множества значений $\tilde{\mathcal{C}}' : \mathcal{C}' \subseteq \mathcal{C}$.

в/ Если в столбце A_K на строках i и j табло $\mathcal{C}_1$ имеют одинаковые нехарактерные переменные то в столбце A_K на строках θ (i) и θ (j) табло $\mathcal{C}_2$ имеют одинаковые символы. Этот символ может быть символом множества значениий, характерной или нехарактерной переменной.

Включенное отображение является основой для проверки эквивалентности табло и установления эквивалентных преобразований.

ТЕОРЕМА 4. Пусть $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$ — обобщённые табло имеющие общую целевую схему отношения. Необходимым и достаточным для $\mathcal{C}_2 \subseteq \mathcal{C}_1$ являетея существование включенного отобрижения θ. $\mathcal{C}_1 \to \mathcal{C}_2$.

Доказательство.

Необходимость: Если $\mathcal{C}_2 \subseteq \mathcal{C}_1$ в силу теоремы 3 существует гомоморфизм $\Psi : \mathcal{S}_1 \to \mathcal{S}_2$. Надо доказать, что Ψ является включенным отображением.

Из I-ого и 2-ого условий гомоморфизма следует, что ψ удовлетворяет условиям а/и б/ включенного отображения. А из 3-его условия гомоморфизма — ψ отображает строки табло $\mathcal{C}_1$ в строки табло $\mathcal{C}_2$, одновременно ψ удовлетворяет условию в/ включенного отображения.

Достаточность: Пусть существует включенное отображение $\theta : \mathcal{C}_1 \to \mathcal{C}_2$ надо доказать $\mathcal{C}_2 \subseteq \mathcal{C}_1$.

Так как отображение $\psi : \mathcal{S}_1 \to \mathcal{S}_2$ является включенным, то оно удовлетворяет следующему условию:

Если d_1 — символ в столбце A_K на строке w_j^1 табло $\mathcal{C}_1$, и d_2 символ в столбце A_K на строке θ (w_j^1) табло $\mathcal{C}_2$, то $\psi(d_1) = d_2$.

Докажем, что ψ — гомоморфизм.

Известно, что θ — включенное отображение. Из условия б/отображения θ следует ψ удовлетворяет 1-ому условию. Из условия а/отображения $\theta \ni \psi$ удовлетворяет 2-ому условию. ψ тоже удовлетворяет 3-ему условию так как ψ было определено на основе отображения θ. Таким образом ψ — гомоморфизм. По теореме 3 $\mathscr{C}_2 \subseteq \mathscr{C}_1$.

СЛЕДСТВИЕ 5: *$\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$ — два обобщенного табло имеющего общую целевую схему отношения. Необходимым и достаточным условиями для $\mathscr{C}_1 \equiv \mathscr{C}_2$ является существование включенного отображения из $\mathscr{C}_1$ в $\mathscr{C}_2$ и включенного отображения из $\mathscr{C}_2$ в $\mathscr{C}_1$.*

4. СВЯЗЬ МЕЖДУ ТАБЛО И ОБОБЩЁННЫМ ТАБЛО

В [7] введены понятие монотонного реляционного выражения и объединения табло. Под понятием монотонного реляционного выражения понимают выражение обладающее операциями выбора, проектирования, соединения и объединения.

Объединением табло называется выражение $\bigcup_{i=1}^{n} T_i$, где $T_1, T_2 \dots T_n$ табло имеющие общую целевую схему отношения. Общая целевая схема отношения табло T_i, $i = \overline{1,n}$

является целевой схемой объединения табло $\bigcup_{i=1}^{n} T_i$. Объединение табло — форма представления монотонного реляционного выражения.

При одном состоянии универсального отношения I значения объединения табло определяется следующим образом: $\left(\bigcup_{i=1}^{n} T_i\right)(I) = \bigcup_{i=1}^{n} T_i(I)$.

Аналогично предыдущему мы имеем понятие объединения обобщенных табло. Пусть $\mathscr{C}_1, \dots, \mathscr{C}_n$ обобщённые табло имеющие общую целевую схему отношения.

Тогда $\bigcup_{i=1}^{n} \mathscr{C}_i$ — объединение обобщённых табло. $\forall$ I значение объединения обобщённых табло определяется таким же образом:

$$\left(\bigcup_{i=1}^{n} \mathscr{C}_i\right)(I) = \bigcup_{i=1}^{n} \mathscr{C}_i(I).$$

Для выяснения связи между табло (T) и обобщённым табло ($\mathscr{C}$) мы рассмотрим правило разложения обобщённого табло $\mathscr{C}$ на объединение табло.

Пусть $\mathcal{S}$ — множество символов $\mathcal{C}$ и табло $\mathcal{C}$ имеет только один символ множества значений $\widetilde{\mathcal{C}}$ в $\mathcal{S}$ (обозначаем $\mathcal{C} = \mathcal{C}\,[\mathcal{C}]$). Мы будем обозначать $S_c^{\widetilde{\mathcal{C}}}\,\mathcal{C}([\mathcal{C}])$ замена $\widetilde{\mathcal{C}}$ в табло $\mathcal{C}$ одним элементом $c \in \mathcal{C}$ в местах, где $\widetilde{\mathcal{C}}$ появляется. $\mathcal{C}[c]$ — табло, полученное после замены. Видно, что $\mathcal{C}\,[c] = T[c]$ так как табло (T) является частным случаем обобщённого табло когда все множества имеют один элемент т.е.

$$S_c^{\widetilde{\mathcal{C}}}(\mathcal{C}[\mathcal{C}]) = \mathcal{C}[c] = T[c]$$

Если $\mathcal{C}$ имеет k символов множества значений $\widetilde{\mathcal{C}}_1$, $\widetilde{\mathcal{C}}_2$ ..., $\widetilde{\mathcal{C}}_k$ т. е. $\mathcal{C} = \mathcal{C}[\mathcal{C}_1 \dots \mathcal{C}_k]$. Обозначаем через $S_{c_1 \dots c_k}^{\widetilde{\mathcal{C}}_1 \dots \widetilde{\mathcal{C}}_k}(\mathcal{C}\,[\mathcal{C}_1 \dots \mathcal{C}_k])$ — замены в обобщённом табло каждого символа значения $\widetilde{\mathcal{C}}_i$ одним элементом $c_i \in \mathcal{C}_i$. Табло полученное после замен имеет вид:

$$S_{c_1 \dots c_k}^{\widetilde{\mathcal{C}}_1 \dots \widetilde{\mathcal{C}}_k}(\mathcal{C}[\mathcal{C}_1 \dots \mathcal{C}_k]) = \mathcal{C}[c_1 \dots c_k] = T[c_1 \dots c_k].$$

ЛЕММА 6 : *Пусть $\mathcal{C}$ — обобщённое табло имеющее только один символ множества значений $\widetilde{\mathcal{C}}$ в $\mathcal{S}$, т. е. $\mathcal{C} = \mathcal{C}\,[\mathcal{C}]$. Тогда $\mathcal{C}\,[\mathcal{C}] = \bigcup_{c \in \mathcal{C}} T\,[c]$*

Доказательство.

Надо доказать, что при $\forall\, I$ имеет место равенство:

$$(\mathcal{C}\,[\mathcal{C}])\,(I) = \bigcup_{c \in \mathcal{C}} T_1\,[c]$$

пусть $\mu \in (\mathcal{C}\,[\mathcal{C}]\,(I)$ и $\mu \neq \phi$. Это означает существование оценки ρ для $\mathcal{C}\,[\mathcal{C}]$, такой что $\rho\,(w_0) = \mu$, $\rho\,(w_j) \in I$, $j = \overline{1, m}$, $\rho\,(\mathcal{C}) = c_k \in \mathcal{C}$, w_0 — сводка, w_j—строки табло $\mathcal{C}$.

По правилу разложения табло $\mathcal{C}$, в $\bigcup_{c \in \mathcal{C}} T\,(c)$ имеется табло $T\,[c_k] = S_{c_k}^{\mathcal{C}}\,\mathcal{C}[\mathcal{C}]$.

Если S — множество символов табло T, то S и $\mathcal{S}$ отличаются только одним символом c_k и $\widetilde{\mathcal{C}}$.

Выберём оценку ρ' для $T\,[c_k]$ следующим образом:

$$\rho'\,(d) = \rho\,(d),\ \forall\ d \in S,\ d \neq c_k;\ \rho'\,(c_k) = \rho\,(\widetilde{\mathcal{C}}) = c_k$$

тогда $\rho'\,(w_0^{\mathrm{T}}) = \mu$, $\rho'\,(w_j^{\mathrm{T}}) \in I$, $j = \overline{1, m}$

w_0^{T} — сводка, w_j^{T} — строки табло $\boldsymbol{T}$.

И так $\mu \in (T[c_k])(I) \to \mu \in (\bigcup_{c \in \mathcal{C}} T[c])(I)$

Аналогичным образом мы можем доказать, что если $\mu \in (\bigcup_{c\in\mathcal{C}} T[c])(I) \to \mu \in (\mathcal{C}[\mathcal{C}])(I)$. Лемма доказана.

Из леммы 6 и методом индукции следует следующая.

ТЕОРЕМА 7 : *Пусть* $\mathcal{C}$ *обобщённое табло, имеющее к символов множеств значений* $\tilde{\mathcal{C}}_1, \tilde{\mathcal{C}}_2,\ldots, \tilde{\mathcal{C}}_k$ *в к столбцах соответствующих к атрибутам табло* $\mathcal{C}$. *Тогда имеет место следующего равенства*:

$$\mathcal{C}[\mathcal{C}_1,\ldots, \mathcal{C}_k] \equiv \bigcup_{c_1\in\mathcal{C}_1} \ldots \bigcup_{c_k\in\mathcal{C}_k} T[c_1,\ldots, c_k]$$

Замечание: Не любое произвольное реляционное выражение представ ленное в виде объединения табло может быть представлено в виде обобщённого табло.

Пример Реляционное выражение:

$$\Pi_{Н,Ф,Д,З,}\ (б_{У=19} \wedge (Д = /ДИРЕКТОР/ \vee З = 2000)\ (R_1))$$

может быть представлено в виде объединения, но не может представлено в виде эквивалентного табло.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ: С понятием табло T в [4], [5], [7] запросы обладающие операцией выбора вида $б_{A\in\{a_1,\ldots,\ a_n\}}$ (г) обычно подлежать разложению на объединения n подзапросов и будут представлены в виде объединения табло, каждое из которых соответствует одному подзапросу. Например, выражение $\Pi_{Н,Ф,У}$, $(б_{У\in\{17,\,19,\,32\}}(R_1)$. может представлено в виде объединения трёх подвыражений:

$$\Pi_{Н,Ф,У}\ (б_{У=17}(R_1)) \cup \Pi_{Н,Ф,У}\ (б_{У=19}(R_1)) \cup \Pi_{Н,Ф,У}\ (б_{У=32}\ (R_1))$$

Тем самым оно может представлено в виде $\bigcup_{i=1}^{3} T_i$, каждое T_i соответствует подвыражению. С точки зрения осуществования на практике, такой подход будет дорогосостоящим из-за большой запоминающей ёмкости и вычислительного времени ЭВМ. Это объясняется тем, что количество табло находящихся в памяти и с которыми всё время должно обрaжаться равно n. В случае достаточного большогон работа будет слишком сложной. В то время как показано выше, такие запросы могут быть представлены в виде эквивалентного обобщённого табло $\mathcal{C}$. Поэтому обработка таких выражений будет более удобной и эффективной. Кроме этого введение понятия обобщённого табло ещё позволяет расширять результаты в [4], [5], [7] для реляционных выражений с операцией выбора $б_{A\theta c}$, где $\theta = \{\neq, <, \leqslant, >, \geqslant\}$. В общем для достижения этих расширенных результатов требуются более сложные и тонкие техники доказательств.

Автор благодарит Нгуен Кат Хо и Ле Тиен Вьонг за полезные бсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

[1] — E.F. Codd, *A Relational Model of data for large Shared Data Banks* — Comm. ACM, 1970, V. 13, No 6, P 337 — 387.

[2] — E.F Codd, *Further normalization of the database relational model*, Data Base systems, Englewood Cliff, N.Y. Prentice-Hall, 1972, P.33—64.

[3] — E.F Codd, *Relational completeness of data base sublanguages*: Data Base systems, Englewood Cliffs, N.Y./ Prentice-Hall, 1972, p. 79 — 90.

[4] — A.V Aho, Y. Sagiv and Y.D Ullman, *Equivalences among Relational expressions*, Y. SIAM Comput 8, 2(1979) p,218 — 246.

[5] — A.V Aho, Y. Sagiv and Ullman Y. D, *Efficient Optimatization of a relational class of expressions*, ACM Trans. Database syst, 4,4 (Dec, 1979) p. 435 — 454.

[6] — M.M Astrahan and Chanberlin D.D, *Implementation of a structured english query language*, Communications of the ACM Oct. 1975 Vol. 18, Number 10.

[7] — Y. Sagiv and M. Yannakakis, *Equivalences among relational expressions with the union and difference operators*, Y. of the Association for computing Machinery. Vol. 27, No 4, Oct. 1980.

[8] — A.V Aho, C. Beeri and Y.D Ullman, *The theory of joins in relational databases*, Proc. 18 th IEEE symposium on Foundations of computer science, 1977, p. 107 — 113.

[9] — К. Деит, *Введение в системы баз данных*, М. Наука 1980.

[10] — Дж. Мартин, *Организация баз данных в вычислительных системах.* М. Мир 1980.

[11[— О. Ю. Горчинская, «Теоретические аспект построения реляционных. моделей А и Т» № 1 1983.

Поступила в редакцию 20 марта 1985 г,

CENTER OF COMPUTER SCIENCE AND CYBERNETICS, HANOI, VIETNAM